Zur Förderung mathematisch hochbegabter Grundschulkinder

Erfahrungen aus dem PriMa-Projekt Hamburg

Prof. Dr. Marianne Nolte
Universität Hamburg

PriMa-Projekt

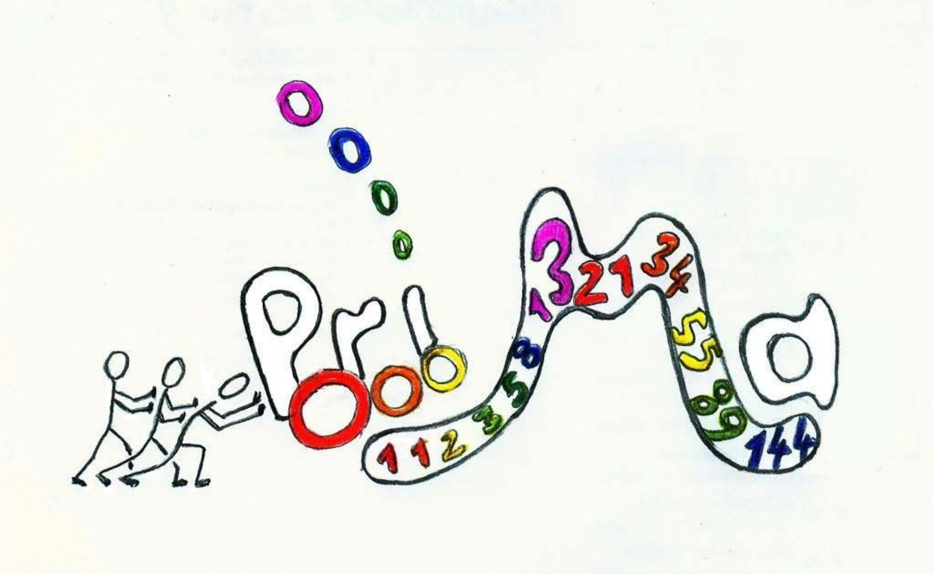
- Kinder der ***Pri***marstufe auf verschiedenen Wegen zur ***Ma***thematik

Kooperationsprojekt

- zwischen
  - Hamburger Behörde für Schule und Berufsbildung
  - der William-Stern-Gesellschaft (Hamburg)
  - der Universität Hamburg
- seit dem Schuljahr 1999/2000 als Forschungs- und Förderprojekt für Kinder mit besonderen mathematischen Begabungen im Grundschulalter

Gefördert werden

- etwa 50 Kinder der dritten und vierten Klasse pro Jahrgang an der Universität



Ansatz

- Enrichmentangebot
- Talente entfalten sich nicht von allein
- Mathematische Kompetenzen entwickeln sich in Wechselwirkung zwischen eigenen Aktivitäten und Anregungen aus der Umgebung

Verantwortlichkeiten

- Besonders begabte Kinder können ihre Begabung nur entfalten, wenn sie sich mit bestimmten Inhalten ausdauernd befassen.
  - 10% Inspiration + 90% Transpiration
- Sie werden durch Anregungen aus ihrer Umgebung unterstützt.
  - Schule, Elternhaus, Peers
  - Gesellschaftliche Rahmenbedingungen
- Wertschätzung
  - Von anderen, sich selbst ...

Verlauf der Talentsuche

Briefe an die Schulen

Vortrag für Eltern und Lehrkräfte

Mathe-Treff für Mathe-Fans

Mathetest

Intelligenztest

UniGruppe
(50 Kinder)

Mathezirkel an Schulen
(übrige)

IQ oder Mathe-Test?

(Nolte 2011)

Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

Gesamtstichprobe – alle Jahrgänge

Korrelierte Variablen	Korrelation	Konfidenz-intervall	Quadrierte Korrelation	Partielle Korrelation
Rang Mathetest – CFT	-0.34	-0.30 bis -0.39	11,8%	-0.28
Rang Mathetest – Zahlenfolgen	-0.43	-0.37 bis -0.48	18,2%	
Rang Mathetest – Wortschatz	-0.24	-0.18 bis -0.30	5,8%	

Nur ausgewählte Kinder – alle Jahrgänge

Korrelierte Variablen	Korrelation	Konfidenzintervall	Quadrierte Korrelation	Partielle Korrelation
Rang Mathetest – CFT	-0.02	0.08 bis -0.13	0,1%	-0.01
Rang Mathetest – Zahlenfolgen	-0.15	-0.02 bis -0.29	2,3%	
Rang Mathetest – Wortschatz	0.03	0.19 bis -0.12	0,1%	

Hochbegabung = mathematisch hochbegabt?

- CFT-Hochbegabte: Mathe-Test Durchschnittsrang von 37
- Nicht –CFT- Hochbegabte: Mathe-Test Durchschnittsrang von 50
- Unterschiede sind signifikant
- *In der Regel zeigen CFT-Hochbegabte im Mathe-Test bessere Leistungen*

Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

Betrachtung der „Guten“ im Mathe-Test

- Aber:
- Korrelation sinkt bei Einschränkung der Gesamtgruppe auf die „Guten“:
- Korrelation zwischen MT und CFT -.15

Unsere Aufgaben

- Problemstellungen, die deutlich komplexer sind, als die üblicherweise im Unterricht eingesetzten
- Die Komplexität bezieht sich auf die Fülle von Informationen, die von den Kindern verarbeitet werden müssen, sowie auf deren Vernetzung.
- Weniger relevant ist die Anzahl notweniger Schritte zur Lösungsfindung.
- Problemfeld

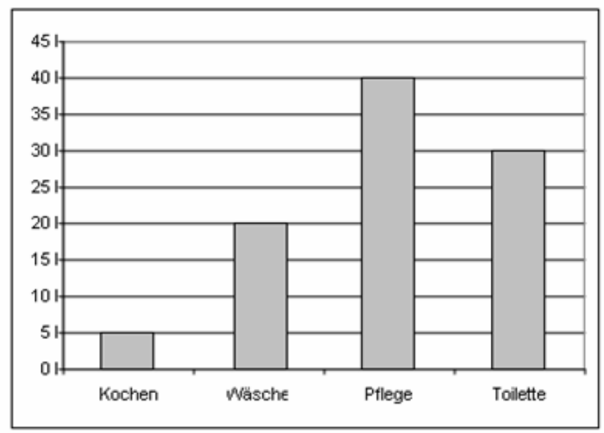
Kompetenz-stufenmodell zu den Bildungs-Standards (KMK, Oktober 2008 IQB)

Illustration der Kompetenzstufen 4 und 5 anhand zweier Items der inhaltlichen Kompetenzbereiche Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit sowie Zahlen und Operationen

Tina und Ester sammeln Fußball-Bilder. Zusammen haben sie 25 Bilder. Tina hat 7 Bilder mehr als Esther. Wie viele Bilder hat Esther?

- ☐ 7
- ☐ 9
- ☐ 16
- ☐ 18

Durchschnittlicher Wasserverbrauch <u>einer Person</u> an einem Tag (in Litern)



15.06.2011

Unsere Aufgaben

- Sie sollen herausfordernd sein
- Sie erfordern nur klassenstufen angemessene Vorkenntnisse
- Sie lassen mehrere Fragestellungen zu
- Sie sind auf verschiedenen Niveaus zu bearbeiten

Korte (2009)

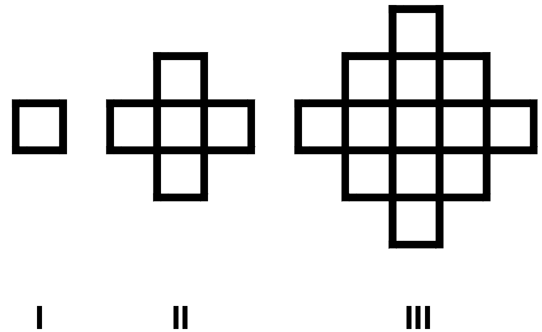
- Eine wesentliche Voraussetzung für die Steuerung und Kontrolle von Prozessen im Arbeitsgedächtnis ist die von den unbewusst ablaufenden Bewertungsprozessen abhängige Dopaminausschüttung (Korte 2009). Ohne eine solche ist eine Aufforderung aufmerksam zu sein nicht wirksam.

Zur Aufgabenvorgabe

- Detaillierte und nichtredundante Information / Einführung in das Thema
- Eingrenzung durch Beispiele / engführende Fragen
- Offenheit im Bearbeitungsprozess
  - sowie
- Offenheit für weiterführende Fragestellungen

Aufgabenbeispiel 1 (Nolte 2011b)

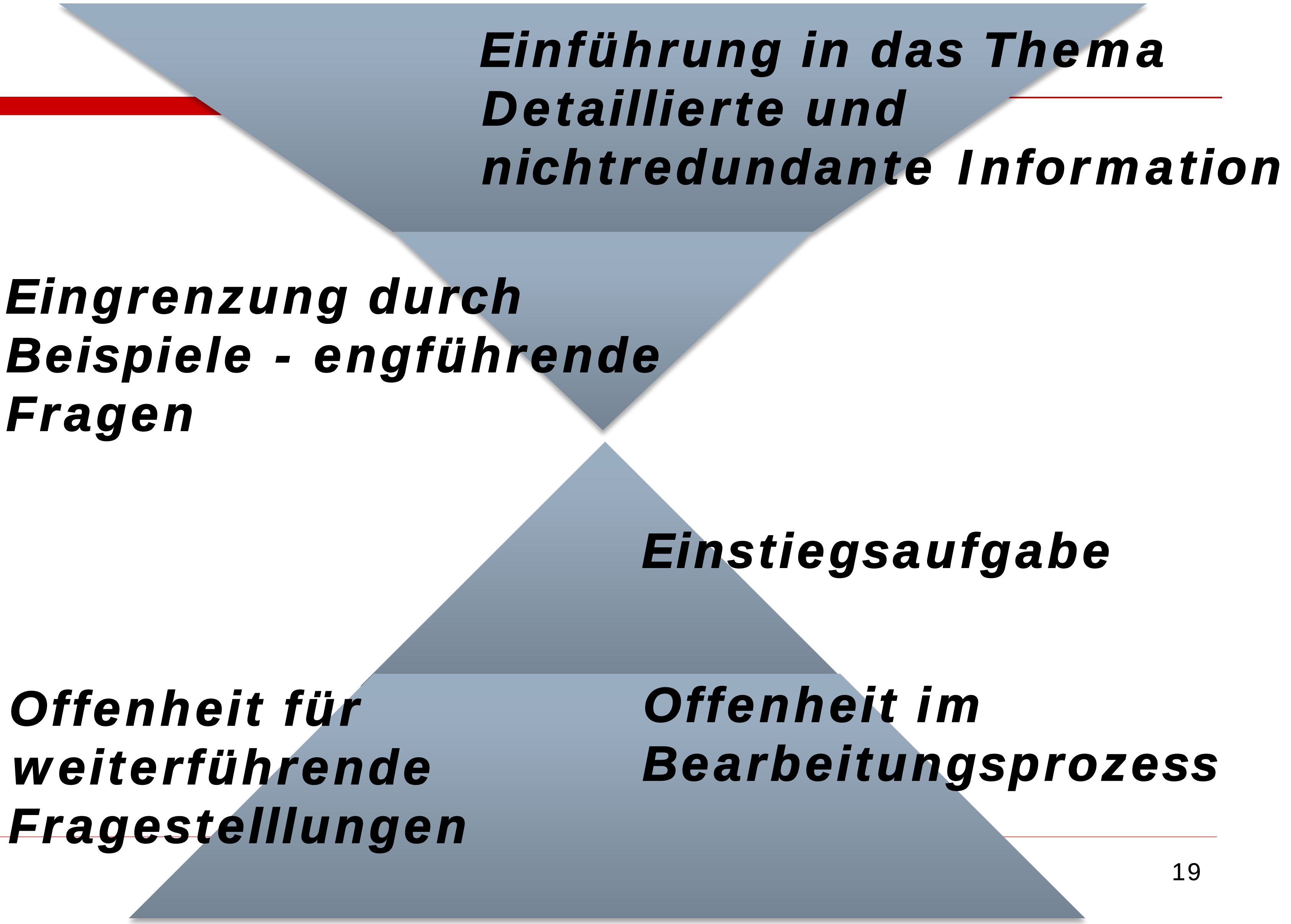
- Aus wie vielen kleinen Quadraten besteht die Figur im III. (X.) Schritt?



- Trage die Anzahl der kleinen Quadrate in die Tabelle ein!

Figur	**I**	**II**	**III**	**IV**	**...**	**X**
Einer-quadrate	1	5				

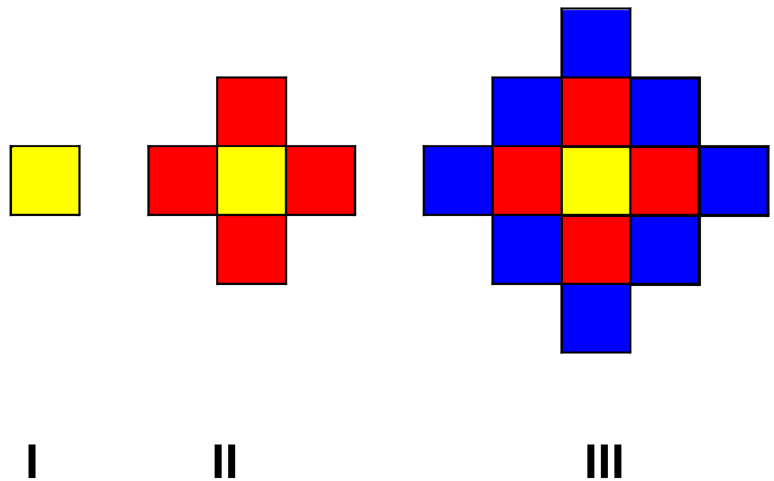
Aufgabenvorgabe



Ziele

- Entwicklung mathematischer Problemlösekompetenzen
  - Organisieren von Material;
  - Sehen von Mustern und Gesetzen;
  - Wechsel der Repräsentationsebene (vorhandene Muster / Gesetze in ”neuen” Bereichen erkennen und verwenden)
  - Prozesse umkehren
  - Superzeichen bilden (z.B. Kießwetter 1985)

Orientierung / Weiterzählen am Rand

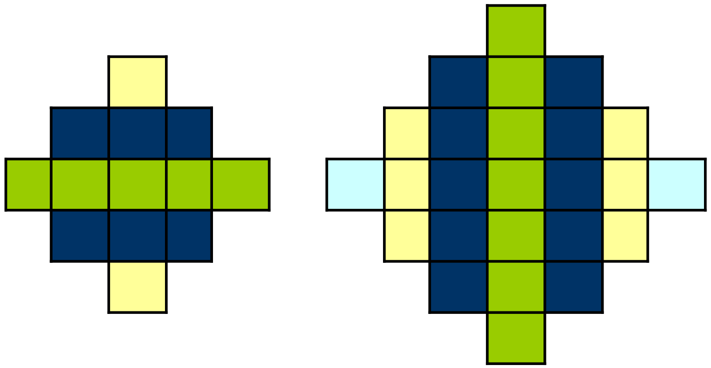


Figur	I	II	III	IV	V	…	X
Einer-quadrate	1	5	13	25	41		181

+4 +8 +12 +16 … +36

Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

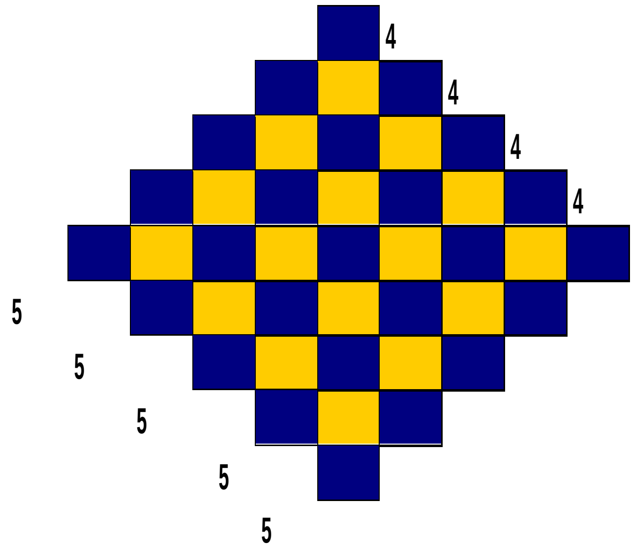
Symmetrien

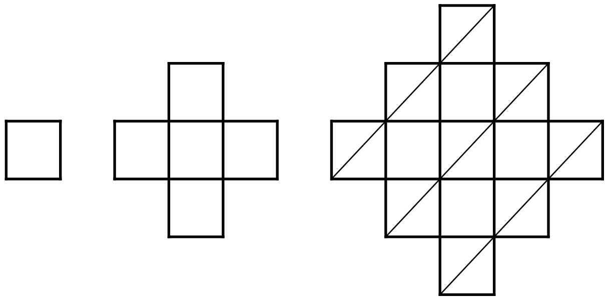


III IV

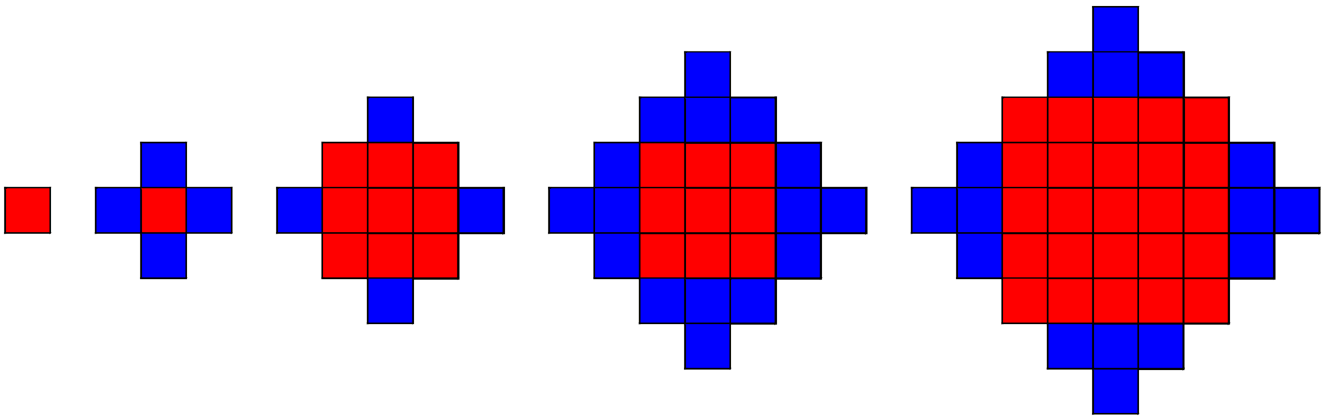
Figur	I	II	III	IV	V	…	X
Einer-quadrate	1	5	13	25	41		181
		1+3+1	1+3+5+3+1	…+7+…	…+9+…	…	
Mittlere Zahl	1	3	5	7	9	…	19

Veränderung der Perspektive





Figur	I	II	III	IV	V	…	X
Einer-quadrate	1	5	13	25	41		181
	0·0+1·1	**1·1+2·2**	**2·2+3·3**	**3·3+4·4**	**4·4+5·5**	**…**	**9·9+10·10**



I II III IV V

1x1+4x1 3x3+4x1 3x3+4x(1+3) 5x5+4x(1+3)

1x1+2x2 3x3+2x2 3x3+4x4 5x5+4x4

Muster und Strukturen

- Mathematik ist die Wissenschaft von den Mustern und Strukturen (Devlin 2000)

Aufgabenspezifische Förderziele

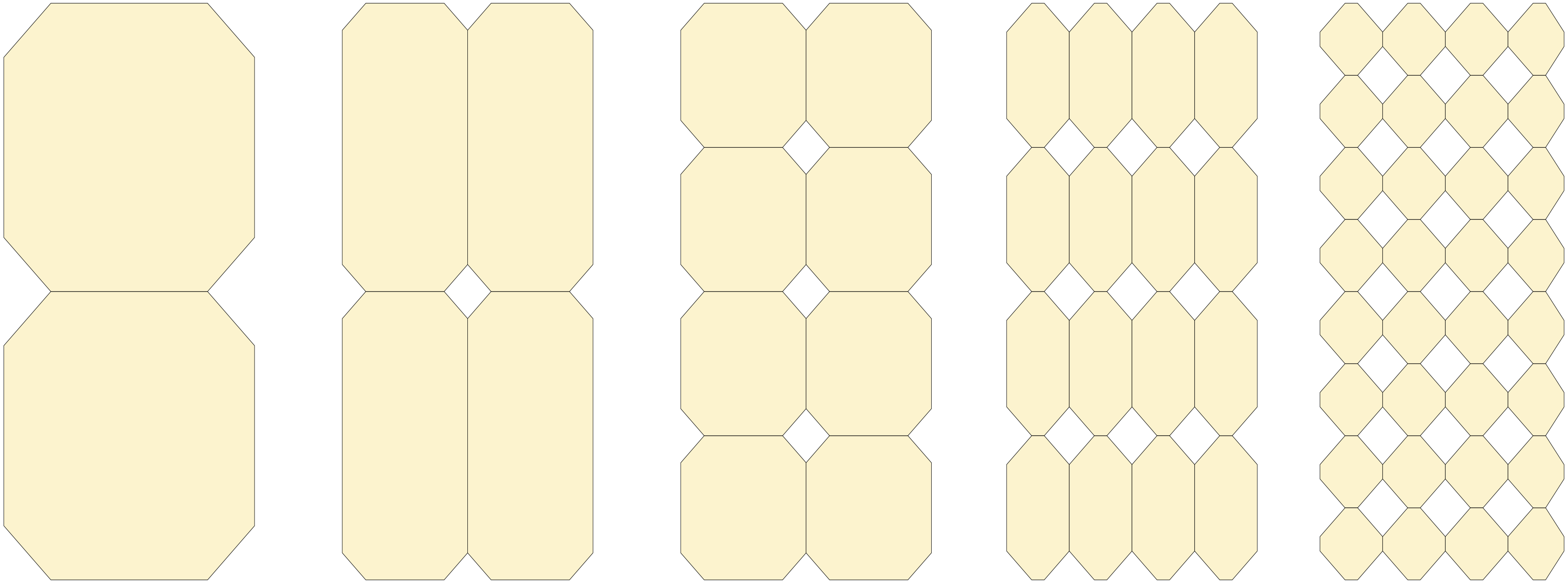
- Muster erkennen und weiterführen
- Zusammenhang zwischen geometrischer Darstellung und Anzahlen
- Organisieren von Material

Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

Die Faltaufgabe (z.B. Nolte, M. und K. Kießwetter (1996))

- Falte ein Blatt Papier so, dass ein halb so großes Rechteck entsteht. Schneide mit einer Schere die Ecken ab. Wie viele Löcher sind in dem Papier?
- Falte das Papier erneut, aber in die andere Richtung. Wie sieht das Papier jetzt aus?
- Wie geht es weiter?
- Kannst du uns sagen, wie viele Löcher nach der 6., 7. oder 10. Faltung im Papier sind?

Die Faltaufgabe



Die Faltaufgabe

Anzahl der Faltungen	Anzahl der Löcher	Veränderte Repräsentation	Betrachtung der Flächen	Veränderung
1	0		2 = 1x2 (2^1)	-
2	**<u>1</u>**	1x1 (2-1)(2-1)	4 = 2x2 (2^2)	+1
3	3	1x3	8 = 2x4 (2^3)	+2
4	**<u>9</u>**	3x3 (4-1)(4-1)	16 = 4x4(2^4)	+6
5	21	3x7	32 = 4x8 (2^5)	+12
6	**<u>49</u>**	7x7 (8-1)(8-1)	64 = 8x8 (2^6)	+28
7	105	7x15	128 = 8x16 (2^7)	+56
8	**<u>225</u>**	15x15 (16-1)(16-1)	256 = 16x16 (2^8)	+120

Anzahl der Löcher: $(2^a-1)(2^b-1)$

Aufgabenspezifische Förderziele

- Zusammenhang zwischen geometrischer Darstellung und Anzahlen der Löcher
- Hypothesenbildung
- Begründung der Hypothesen

Das Anfangsstück der natürlichen Zahlen

(z.B. Nolte 2008)

Zur Information

1, 2, 3, **4** ist ein **Anfangsstück** der natürlichen Zahlen mit der **Endzahl 4.**

1, 2, 3, 4, 5, 6, **7** ist ein **Anfangsstück** der natürlichen Zahlen mit der **Endzahl 7.**

Wenn man es geschickt macht, kann man aus Anfangsstücken Aufgaben bilden, die entweder 1 oder 0 als Ergebnis haben.

Bedingungen:

Man darf nur + oder - rechnen.

Man muss jede Zahl genau einmal verwenden.

Die Zahlen müssen ein Anfangsstück der natürlichen Zahlen sein.

Strukturen, die in den Beispielaufgaben stecken

- z.B.
  - (a + (a - 3)) – ((a - 1) + (a - 2)) = 0
- oder
  - (a – (a - 1) = 1
  - (a - 2) – (a - 3) = 1
  - 1 – 1 = 0

Probleme

- Lokale Einsichten
- Erkennen der Strukturen, aber nicht Ausführen können
- Bsp.:
  - 70 - 69 + 67 - 68 = 0
  - 69 + 66 – 68 - 67 = 0 usw.

- Solche Vierergruppen werden über einen langen Zahlenstrahl geschoben.
- Am Ende: "Man muss dann nur mit 1, 2, und 3 rätseln."

Zusammenführung der Einsichten

- ***Vier aufeinander folgende natürliche Zahlen können so verknüpft werden, dass 0 erzeugt wird***
- ***4*** erzeugt 0 4 - 3 - 2 +1 = 0
- ***3*** erzeugt 0 3 – 2 – 1 = 0
- ***2*** erzeugt 1 2 – 1 = 1
- ***1*** erzeugt 1 1 = 1
- Halbieren der Zahl erzeugt gerade Zahl
  - Division durch 4 möglich
- Halbieren der Zahl erzeugt ungerade Zahl
  - Division durch 4 nicht möglich

Aufgaben

- Einige unserer Aufgaben können als elementare Einstiege in mathematische Denkweisen bezeichnet werden, die in späteren Jahren zu mathematischen Theoriebildungsprozessen führen könnten.

- Einige der Materialien werden sowohl in der Grundschule, als auch in der Mittel- und Oberstufe eingesetzt.

Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

Förderansatz

- Bezieht sich auf die Art wie wir Aufgaben gestalten
- Wie wir mit den Aufgaben umgehen
- Wie wir mit den Kindern umgehen

Ziel

- Heranführen an forschendes mathematisches Lernen
- Entwicklung von
  - Problemlösekompetenzen
  - Metakognitiver Kompetenzen
  - Frustrationstoleranz, Durchhaltevermögen

Mathematisches Talent – wohin geht die Entwicklung?

- Problemlösekompetenzen
  - Handlungsmuster nach Kießwetter
- Kommunikative Kompetenzen
  - Hypothesen
  - Argumentieren
- Metakognitive Kompetenzen
  - Kontrolle des Arbeitsprozesses
- Psychische Aspekte
  - Wie muss ich mit mir in dieser Situation umgehen?

Umgehen mit Frustrationen

- erstmalig der Situation ausgesetzt, mit anderen Kindern zu arbeiten, die vergleichbar leistungsstark sind
- unerfahren darin, dass sie Aufgabenstellungen nicht unmittelbar lösen können
- nicht gewohnt ihre Gedanken zu hinterfragen, zu begründen – jedenfalls nicht in einem so herausfordernden Umfeld.

Bezogen auf die Arbeitsweise und Haltung

- Wie muss ich in solchen Situationen mit mir umgehen?
- Wie kann ich lernen meine eigenen Vorgehensweisen aber auch Verhaltensweisen, emotionalen Reaktionen zu reflektieren?
  - Zurückstellen von Äußerungen
- Wie reagiere ich auf ein anderes Kind? Was bedeutet es für mich, wenn ich abgelenkt werde?

- Bei diesen Kindern zeigt sich eine enorme Diskrepanz in der Entwicklung ihrer kognitiven Fähigkeiten und den Fähigkeiten der Selbstreflexion, der metakognitiven Betrachtung der eigenen Vorgehensweise.
- Das heißt nicht, dass sie in solchen Bereichen weniger fähig wären, sondern einfach erst einmal nur, dass sie noch wenig Angebote bekamen in diesen Bereichen ihre Fähigkeiten zu entwickeln.

- Du Papa, die interessieren sich hier für das, was ich denke!
- Ich fands blöd, dass ich einen Tag gefehlt habe und den Unterricht versäumt habe.
- Bei Herrn M. machen wir so +, - oder :, bei Frau P. machen wir höhere Mathematik! (Pamperien 2008)

Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

Literatur

- Infos zum PriMa – Projekt: Nolte, M. "http://blogs.epb.uni-hamburg.de/nolte/."
- DEVLIN, K. (1998). Muster der Mathematik. Ordnungsgesetze des Geistes und der Natur. Heidelberg Spektrum Akademischer Verlag.
- Kießwetter, K. (1985). "Die Förderung von mathematisch besonders begabten und interessierten Schülern - ein bislang vernachlässigtes sonderpädagogisches Problem." Mathematisch-naturwissenschaftlicher Unterricht **38. Jg., Heft 5**: 300-306.
- Korte, M. (2009). "Im Gespräch zum Vortrag: Lernen lernen – Lehren lernen – Lernen fördern: Anmerkungen aus Sicht der Hirnforschung. XIX. Fachtagung FiL, Erkner 8./9. Mai 2009."
- Kultusministerkonferenz, K. (2008). Kompetenzstufenmodell zu den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4) Anlage 1 Abruf 10.5.2011.
- Nolte, M. (2008). Zur Förderung mathematisch besonders begabter Grundschulkinder im Rahmen des PriMa-Projekts in Hamburg. Individuelle Förderung: Begabungen entfalten - Persönlichkeit entwickeln. C. Fischer, F. J.Mönks and U. Westphal. Berlin, LIT Verlag**:** 46-60.

Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

Literatur

- Nolte, M. (2011a). „Ein hoher IQ garantiert eine hohe mathematische Begabung! Stimmt das?" – Ergebnisse aus neun Jahren Talentsuche im PriMa-Projekt Hamburg. Beiträge zum Mathematikunterricht 2011, Vorträge auf der 45. Tagung für Didaktik der Mathematik in Freiburg. Münster, WTM Verlag. (Zur Veröffentlichung vorgesehen)
- Nolte, M. (2011b). Problemlösen als Weg. Konstruktionsprozesse und Mathematikunterricht. Festschrift für Prof. Bernd Zimmermann. T. Fritzlar, L. Haapasalo, F. Heinrich and H. Rehlich. HIldesheim, Franzbecker**:** 229-240.
- Nolte, M. und K. Kießwetter (1996). "Können und sollen mathematisch besonders befähigte Schüler schon in der Grundschule identifiziert und gefördert werden? Ein Bericht über einschlägige Überlegungen und erste Erfahrungen." ZDM Zentralblatt für Didaktik der Mathematik **5**: 143-157.
- Pamperien, K. (2008). Herausfordernde und fördernde Aufgaben für alle? Teil 2. Erfahrungen mit Aufgaben zur Förderung besonders begabter Kinder in einer Regelklasse. Mathematisch begabte Kinder. Eine Herausforderung für Schule und Wissenschaft. M. Fuchs and F. Käpnick. Berlin, LIT Verlag**:** 162-172.